2006年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数学试题（理科）

第Ⅰ卷（共50分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设集合A=|x｜－1≤x≤2|，B=|x|0≤x≤4|，则A∩B=

（A）．[0，2]　（B）．[1，2]　（C）．[0，4]　（D）．[1，4]

(2)已知$\frac{m}{1+i}=1-ni$，其中m，n是实数，i是虚数单位，则m+ni=

（A）1+2i　（B）1－2i　（C）2+i　（D）2－I

（3）已知$0<a<1,\log_a m<\log_a n<0$，则

（A）1＜n＜m　（B）1＜m＜n　（C）m＜n＜1　（D）n＜m＜1

(4)在平面直角坐标系中，不等式组$\begin{cases}x+y-2\le 0\\ x-y+2\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$，表示的平面区域的面积是

（A）$4\sqrt{2}$　（B）4　（C）$2\sqrt{2}$　（D）2

(5) 双曲线$\frac{x^2}{m}-y^2=1$上的点到左准线的距离是到的左焦点距离的$\frac{1}{3}$，则m=

（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{3}{2}$　（C）$\frac{1}{8}$　（D）$\frac{9}{8}$

（6）函数$y=\frac{1}{2}\sin 2x+\sin^2 x, x\in R$的值域是

（A）$[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$　（B）$[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}]$

（C）$[-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}]$　（D）$[-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}]$

（7）“a＞b＞0”是“$ab<\frac{a^2+b^2}{2}$”的

（A）充分而不必要条件　（B）必要而不充分条件

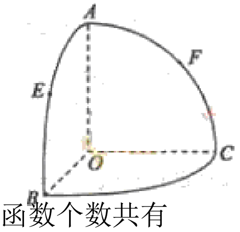
（C）充分必要条件　（D）既不充分也不必要条件

（8）若多项式$x^2+x^{10}=a_0+a_1(x+1)+...+a_9(x+1)^9+a_{10}(x+1)^{10}$，则$a_9$=

（A）9　（B）10　（C）－9　（D）－10

高考试题库 www.gkstk.com

（9）如图，O 是半径为的球的球心，点 A、B、C 在球面上，OA、OB、OC 两两垂直，E、F 分别是大圆弧 AB 与 AC 的中点，则点 E、F 在该球面上的球面距离是



（A）$\dfrac{\pi}{4}$　　（B）$\dfrac{\pi}{3}$　　（C）$\dfrac{\pi}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$

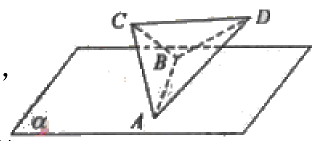
（10）函数 f：|1，2，3|→|1，2，3|满足 f（f（x）=f（x），则这样的函数个数共有

（A）1 个　　（B）4 个　　（C）8 个　　（D）10 个

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分。

（11）设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_5=10$，$S_{10}=-5$，则公差为______（用数字作答）

（12）对 a、b∈R，记 $\max|a,b|=\begin{cases}a, a\ge b\\ b, a<b\end{cases}$ 函数 $f(x)=\max||x+1|,|x-2||(x\in R)$ 的最小值是________________。

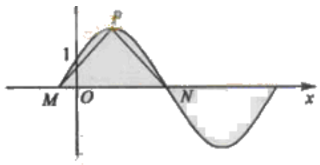


（13）设向量 a，b，c 满足 a+b+c=0，且（a－b）⊥c，a⊥b，若|a|=1，则 $|a|^2+|b|^2+|c|^2$ 的值是________________。

（14）正四面体 ABCD 的棱长为 1，棱 AB∥平面 α，则正四面体上的所有点在平面 α 内的射影构成的图形面积的取值范围是___________。

三、解答题：本大题共 6 小题，每小题 14 分，共 84 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（15）如图，函数 $y=2\sin(\pi x+\varphi), x\in R(其中0\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2})$ 的图象与 y 轴交于点（0，1）



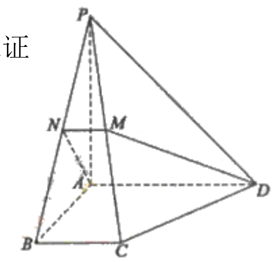
（Ⅰ）求 φ 的值；

（Ⅱ）设 P 是图象上的最高点，M，N 是图象与 x 轴的交点，求 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PN}$ 的夹角。

（16）设 f（x）=$3ax^2+2bx+c$，若 a+b+c=0，f（0）＞0，f（1）＞0，求证

（Ⅰ）a>0 且 $-2<\dfrac{b}{a}<-1$

（Ⅱ）方程 f（x）=0 在（0，1）内有实根；



（17）如图，在四棱锥 P—ABCD 中，底面为直角梯形，，AD∥BC，∠BAD=90°，PA⊥底面 ABCD，且 PA=AD=AB=2BC，M、N 分别为 PC、PB 的中点。

（Ⅰ）求证：PB⊥DM；

（Ⅱ）求 BD 与平面 ADMN 所成的角。

（18）甲、乙两袋装有大小相同的红球和白球，甲袋装有 2 个红球，2 个白球；乙袋装有 2 个红球，n 个白球，现从甲、乙两袋中任取 2 个球。

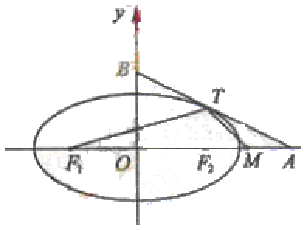
（Ⅰ）若 n=3，求取到的 4 个球全是红球的概率；

（Ⅱ）若取到的 4 个球中至少有 2 个红球的概率为 $\dfrac{3}{4}$，求 n。

（19）如图，椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与过点

A（2，0）、B（0，1）的直线有且只有一个公共点 T，，

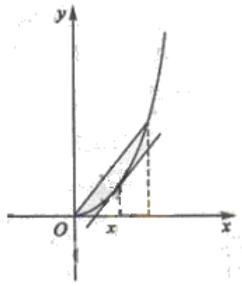
且椭圆的离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，



（Ⅰ）求椭圆的方程

（Ⅱ）设 F_1，F_2 分别为椭圆的左、右焦点，M 为线段 AF_2 的中点，求证：$\angle ATM=\angle AF_1T$

（20）已知函数 f（x）$=x^3+x^2$，数列|x_n|（$x_n>0$）的第一项 $x_1=1$，以后各项按如下方式取定：曲线 y=f（x）在（x_{n+1}，f（x_{n+1}））处的切线与经过（0，0）和（x_n，f（x_n））两点直线平行（如图）。求证：当 $n\in N^*$ 时



（Ⅰ）$x_n^2+x_n=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}$

（Ⅱ）$(\frac{1}{2})^{n-1}\le x_n\le(\frac{1}{2})^{n-2}$

高考试题库 www.gkstk.com

数学试题（理科）参考答案

一、选择题：本题考察基本知识和基本运算。每小题 5 分，共 50 分。

（1）A （2）C （3）A （4）B （5）C （6）C （7）A （8）D （9）B （10）D

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算。每小题 4 分，满分 16 分。

（11）-1　　（12）$\frac{3}{2}$　　（13）4　　（14）$[\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{2}]$

三、解答题

（15）本题主要考查三角函数的图象，已知三角函数值求角，向量夹角的计算等基础知识和基本的运算能力。满分 14 分。

解：（Ⅰ）因为函数图象过点（0，1）

所以 $2\sin=1$, 即 $\sin=\frac{1}{2}$.

因为 $0\leqslant\ell\leqslant\frac{\pi}{2}$，所以 $\ell=\frac{\pi}{6}$.

（Ⅱ）由函数 $y=2\sin(\pi x+\frac{\pi}{6})$ 及其图象，得

$$M(-\frac{1}{6},0),P(\frac{1}{3},2),N(\frac{5}{6},0),$$

所以 $\overrightarrow{PM}=(-\frac{1}{2},-2),\overrightarrow{PN}=(\frac{1}{2},-2)$, 从而

$$\cos<\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}>=\frac{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}}{\left|\overrightarrow{PM}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PN}\right|}$$

$$=\frac{15}{17}$$

故$<\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}> =\arccos\frac{15}{17}.$

（16）本题主要考查二次函数的基本性质与不等式的应用等基础知识。满分 14 分。

证明:（Ⅰ）因为 $f(0)>0, f(1)>0,$

$$\text{所以} c>0, 3a+2b+c>0.$$

$$\text{由条件} a+b+c=0, \text{消去} b, \text{得}$$

$$a>c>0;$$

$$\text{由条件} a+b+c=0, \text{消去} c, \text{得}$$

$$a+b<0, 2a+b>0,$$

$$\text{故} -2<\frac{b}{a}<-1.$$

高考试题库 www.gkstk.com

（Ⅱ）抛物线 $f(x)=3ax^2+2bx+c$ 的顶点坐标为$(-\frac{b}{3a}\cdot\frac{3ac-h^2}{3a}),$

在$-2<\frac{b}{a}<-1$的两边乘以$-\frac{1}{3}$, 得

$$\frac{1}{3}<-\frac{b}{3a}<\frac{2}{3}.$$

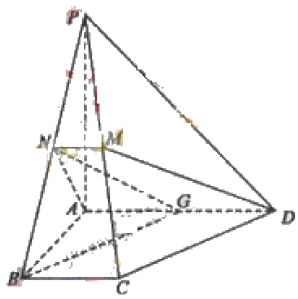
又因为 $f(0)>0. f(1)>0,$

$$\text{而} f(-\frac{b}{S_a})=-\frac{a^2+c^2-ac}{3a}<0,$$

所以方程 $f(x)=0$ 在区间（$0,-\frac{b}{3a}$）与（$-\frac{b}{3a}$,1）内分别有一实根.

故方程 $f(x)=0$ 在$(0,1)$内有两个实根.

（17）. 本题主要考查空间线线、线面关系、空间向量的概念与运算等基础知识，同时考查空间想象能力。满分 14 分。



解: 方法一:

（Ⅰ）因为N是PB的中点，$PA=AB$,

所以$AN\perp PB$.

因为$AD\perp$面PAB，所以$AD\perp PB$.

从而$PB\perp$平面$ADMN$.

因为 $DM\subset$平面$ADMN$，

所以$PB\perp DM$.

（II）取AD的中点G，连结BG、NG，

则$BG//CD$，

所以BC与平面ADMN所成的角和CD与平面$ADMN$

所成的角相等.

因为$PB\perp$平面$ADMN$，

所以$\angle BGN$是BG与平面$ADMN$所成的角.

在$Rt\triangle BGN$中，

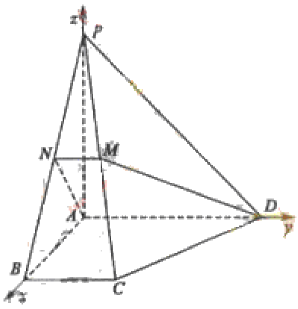
$$\sin\angle BGN=\frac{BN}{BG}=\frac{\sqrt{10}}{5}.$$

故CD与平面ADMN所成的角是$\arcsin\frac{\sqrt{10}}{5}$.

方法二：

如图，以A为坐标原点建立空间直角坐标系$A-xyz$，设BC=1，则A（0，0，0），

$P(0,0,3),B(2,0,0),M(1,\frac{1}{2},1),D(0,2,0).$



（I）因为

$$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DM}=(2,0,-2)(1,-\frac{3}{2},1)$$

$=0$，

所以$PB\perp DM$.

（II）因为

$$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AD}=(2,0,-2)\cdot(0,2,0)$$

$=0$

所以PB⊥AD.

又PB⊥DM.

因此$<\overrightarrow{PB},\overrightarrow{DB}>$的余角即是CD与平面ADMN.所成的角.

因为

$$\cos<\overrightarrow{PB},\overrightarrow{DB}>=\frac{\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DC}}{|\overrightarrow{PB}|\cdot|\overrightarrow{DC}|}$$

$$=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

所以C与平面ADMN所成的角为$\arcsin\frac{\sqrt{10}}{5}$.

（18）本题主要考查排列组合、概率等基本知识，同时考查逻辑思维能力和数学应用能力。满分14分。

解:（Ⅰ）记“取到的4个球全是红球”为事件A.

$$P(A)=\frac{C_2^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{60}.$$

（Ⅱ）记“取到的 4 个球至多有 1 个红球”为事件 B，“取到的 4 个球只有 1 个红球”为事件 B_1，“取到的 4 个球全是白球”为事件 B_2。

由题意，得

$$P(B)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}.$$

$$P(B_1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_4^2}+\frac{C_n^2}{C_{n+2}^2}+\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{C_2^3C_n^1}{C_{n+2}^2}$$

$$=\frac{2n^2}{3(n+2)(n+1)};$$

$$P(B_2)=\frac{C_3^3}{C_4^3}+\frac{C_n^2}{C_{n+2}^2}$$

$$=\frac{n(n-1)}{6(n+2)(n+1)};$$

所以

P（B）$=P$（B_1）$+P$（B_2）

$$=\frac{2n^2}{3(n+2)(n+1)}+\frac{n(n-1)}{6(n+2)(n+1)}$$

$$=\frac{1}{4},$$

化简，得

$7n^2-11n-6=0$,

解得　$n=2$，或$n=-\frac{3}{7}$（舍去），

故　$n=2$.

（19）本题主要考查直线与椭圆的位置关系、椭圆的几何性质，考查解析几何的基本思想方法和综合解题能力。满分 14 分。

解:（Ⅰ）过 A、B 的直线方程为$\frac{x}{2}+y=1$.

因为由题意得$\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\\ y=-\frac{1}{2}x+1\end{cases}$有惟一解。

即$(b^2+\frac{1}{4}a^2)x^2-a^2x+a^2b^2=0$有惟一解，

所以　$\Delta=a^2b^2(a^2+4b^2-4)=0$　（ab≠0），

故　$a^2+4b^2-4=0$.

又因为$c=\frac{\sqrt{3}}{2}$,即$\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$,

高考试题库 www.gkstk.com

所以 $a^2=4b^2$.

从而得 $a^2=2$， $b^2=\frac{1}{2}$，

故所求的椭圆方程为 $\frac{x^2}{2}+2y^2=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $c=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

所以 $F_1(-\frac{\sqrt{6}}{2},0)$, $F_2(\frac{\sqrt{6}}{2},0)$，

从而 $M(1+\frac{\sqrt{6}}{4},0)$.

由 $\begin{cases}\frac{x^2}{2}+2y^2=1,\\ y=-\frac{1}{2}x+1\end{cases}$ 解得 $x_1=x_2=1$,

所以 $T=(1,\ \frac{1}{2})$.

因为 $\tan\angle AF_1T=\frac{\sqrt{6}}{2}-1$，

又 $\tan\angle TAM=\frac{1}{2}$, $\tan\angle TMF_2=\frac{2}{\sqrt{6}}$，得

$$\tan\angle ATM=\frac{\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\sqrt{6}}}$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{2}-1，$$

因此 $\angle ATM=\angle AF_1T$

（20）本题主要考查函数的导数、数列、不等式等基础知识，以及不等式的证明，同时考查逻辑推理能力。满分 14 分。

证明：（Ⅰ）因为 $f'(x)=3x^2+2x$

所以曲线 $y=f(x)$在 $(x_{a+1},f(x_{a-1}))$处的切线斜率 $k_{a+1}=3x_{a+1}^2+2x_{a+1}$.

因为过（0，0）和$(x_a,\ f(x_a))$两点的直线斜率是 $x_n^2+x_n$.

所以 $x_n^2+x_n=3x_{a+1}^2+2x_{a+1}$

（Ⅱ）因为函数 $h(x)=x^2+x$ 当 $x>0$ 时单调递增，

而 $x_n^2+x_n=3x_{a+1}^2+2x_{a+1}$

$\leqslant 4x_{a+1}^2+2x_{a+1}$

所以 $x_a\le 2x_{a+1}$,即$\frac{x_{a+1}}{x_a}\ge\frac{1}{2}$.

因此 $x_a=\frac{x_n}{x_{n-1}}\cdot\frac{x_{n-1}}{x_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{x_2}{x_1}\geq(\frac{1}{2})^{n-1}$.

又因为 $x_n^2+x_n\geq 2(x_{n+1}{}^2+x_{n+1})$

令 $y_a=x_a{}^2+x_a$.

则 $\frac{y_{a+1}}{y_n}\leq\frac{1}{2}$.

因为 $y_1=x_1{}^2+x_1=2$,

所以 $y_a\leq(\frac{1}{2})^{n-1}\cdot y_1=(\frac{1}{2})^{n-2}$.

因此 $x_a\leq x_a{}^2+x_a\leq(\frac{1}{2})^{n-2}$.

故 $(\frac{1}{2})^{n-1}\leq x_a\leq(\frac{1}{2})^{n-2}$.

高考试题库
www.gkstk.com